

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ АКАДЕМИЯ ПОСТДИПЛОМНОГО
ПЕДАГОГИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

ИНСТИТУТ ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

КАФЕДРА ЕСТЕСТВЕННО-НАУЧНОГО,
МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ И ИНФОРМАТИКИ

**Методические рекомендации
по изучению учебного курса «Вероятность и статистика»
в 8-х классах общеобразовательных
организаций Санкт-Петербурга
в 2023/2024 учебном году**

Лукичева Е.Ю., заведующий кафедрой,
Захарова В.Ф., старший преподаватель кафедры

Санкт-Петербург
2023г.

В соответствии с обновленным федеральным государственным образовательным стандартом учебный курс «Вероятность и статистика» в рамках учебного предмета «Математика» является обязательным компонентом школьного образования, усиливающий его прикладное и практическое значение. Этот материал необходим для формирования у обучающихся функциональной грамотности - умения воспринимать и критически анализировать информацию, представленную в различных формах, понимать вероятностный характер многих реальных зависимостей, производить простейшие вероятностные расчеты.

Программой учебного предмета «Математика» и федеральным учебным планом на базовом и углубленном уровнях предусмотрено выделение для изучения учебного курса «Вероятность и статистика» 1 часа в неделю учебного времени, начиная с 7-го класса.

Начало реализации вероятностно-стохастической линии в школьном курсе математики в РФ относится к 2003 году. Учебно-методические комплексы, входящие в предыдущие федеральные перечни учебников, по которым велось обучение математике (5-6-е классы) и алгебре (7-9-е классы), содержали в различных объемах элементы вероятности, статистики и комбинаторики. Таким образом, обучающиеся 8-х классов уже имеют определенные представления о ряде понятий вероятности и статистики.

Вместе с тем, с целью обеспечения подготовки обучающихся к успешной сдаче ОГЭ по математике в 2025 году, а также снижения учебной нагрузки этих обучающихся в 9-ом классе, следует провести работу по пропедевтике курса «Вероятность и статистика» в 2023/2024 учебном году в 8-х классах общеобразовательных организаций. В «Методических рекомендациях по введению федеральных основных общеобразовательных программ» (письмо Министерства просвещения от 03.03.2023 № 03-327) указано, что «при переходе на ФООП не в первый год изучения учебного предмета на соответствующем уровне общего образования необходимо предусмотреть особый порядок учебного планирования (переходный период)».

При формировании учебных планов государственных образовательных учреждений Санкт-Петербурга, реализующих основные общеобразовательные программы, установлен региональный компонент учебного плана образовательной программы государственного образовательного учреждения, в том числе дополнительные часы на изучение учебного предмета «Математика» (или учебных предметов «Алгебра» и «Геометрия») в 8-9-х классах (всего 1 час в неделю в 8-ом классе и 1 час в неделю в 9-ом классе) за исключением случаев, когда данные учебные предметы изучаются на профильном уровне.

Для реализации учебного курса «Вероятность и статистика» в переходный период с учетом 1 часа регионального компонента *рекомендуются следующие варианты организации обучения математике в 8-х классах общеобразовательных организаций Санкт-Петербурга.*

Вариант 1.

- 2 часа в неделю на учебный курс «Геометрия»,
- 3 часа в неделю на учебный курс «Алгебра»,
- 1 час в неделю регионального компонента на учебный курс «Вероятность и статистика»,
- 1 час в неделю внеурочной деятельности на поддержку геометрии.

В данном варианте «Вероятность и статистика» реализуется отдельным учебным курсом.

Необходимо предусмотреть проведение текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по курсу «Вероятность и статистика».

При этом в учебном плане общеобразовательной организации и при ведении классного журнала указывается наименование конкретного учебного курса «Алгебра», «Геометрия», «Вероятность и статистика».

При кадровых сложностях в общеобразовательной организации учебный курс «Вероятность и статистика» во всех классах может вести один учитель.

Вариант 2.

- 2 часа в неделю на учебный курс «Геометрия»,
- 4 часа в неделю на учебный курс «Алгебра»,
- 1 час в неделю внеурочной деятельности на поддержку геометрии.

В данном варианте освоение уч. курса «Вероятность и статистика» осуществляется в рамках учебного курса «Алгебра» путем включения в него вероятностно-статистического содержания, предусмотренного программой в настоящий и предшествующий годы обучения.

Планирование содержания курса «Алгебра» с включением в него элементов курса «Вероятность и статистика» целесообразно осуществить блоками (чередование тем по алгебре и по вероятности и статистике).

Текущий контроль успеваемости и промежуточная аттестация обучающихся по курсу «Вероятность и статистика» осуществляется внутри учебного курса «Алгебра». Положительная итоговая оценка за курс «Алгебра» может быть выставлена исключительно с учетом положительной итоговой оценки за курс «Вероятность и статистика».

В обоих вариантах выделение в учебном плане 1 часа внеурочной деятельности на геометрию даст возможность организовать более гибкую систему подготовки обучающихся к ОГЭ (дифференцированный подход к слабым и сильным учащимся, работа с разноуровневыми группами обучающихся), учитывая, что за курс геометрии 8-го класса необходимо освоить большое содержание программы, и практически все задачи ОГЭ по геометрии относятся именно к курсу геометрии 8-го класса.

Нельзя не учитывать и то, что анализ результатов тренировочной работы по ГИА-9, проведенной в феврале 2023 года в общеобразовательных учреждениях с низкими образовательными результатами, показал: среди работ, за которые был получен неудовлетворительный результат, в большей части работ был получен суммарный первичный балл менее 7 (7,1% от всего числа участников), и в значительной части работ (5%) пройден порог в 7 первичных баллов (и даже достигал 15 первичных баллов!), но не пройден порог в 2 балла за задания по геометрии.

Скорректированное содержание учебного курса, его тематические блоки и планируемые предметные результаты освоения курса представлены в *приложении 1*, ***поурочное планирование*** – в *приложении 2*, ***список рекомендованных источников*** и методических материалов – в *приложении 3*.

С целью контроля за реализацией учебного курса «Вероятность и статистика» и по результатам освоения его содержания обучающимися 8-х классов в мае 2024 года планируется проведение регионального мониторинга «Готовность обучающихся 8 классов общеобразовательных организаций Санкт-Петербурга к изучению учебного курса «Вероятность и статистика» в 9-ом классе». Результаты мониторинга могут быть засчитаны общеобразовательными организациями в качестве промежуточной аттестации (итоговой контрольной работы) по учебному курсу «Вероятность и статистика».

В учебном плане общеобразовательных организаций для 9-х классов рекомендуется использовать 1 час регионального компонента в учебном курсе «Алгебра» для усиления практико-ориентированной составляющей подготовки школьников, в том числе к ОГЭ по математике. После официальной публикации демоверсии ОГЭ по математике следует оценить содержание контрольно-измерительных материалов и скорректировать планирование курса алгебры, при необходимости включить в него элементы вероятности и статистики.

При составлении учителем программы внеурочной деятельности в 8-х и 9-х классах за основу может быть принята программа внеурочной деятельности «Математика для каждого»: модуль 7, модуль 8 (в списке рекомендованных источников [9] - приложение 3).

В *приложении 4* представлено информационное письмо и.о. ректора СПб АППО Богданцева А.С. о прохождении обучения учителями математики Санкт-Петербурга в рамках курсов повышения квалификации и профессиональной переподготовки в СПб АППО учебного модуля «Вероятность и статистика».

Методические рекомендации обсуждены на заседании городского методического объединения методистов и учителей математики (протокол №3 от 12 апреля 2023г.).

Содержание учебного курса и планируемые предметные результаты освоения рабочей программы учебного курса «Вероятность и статистика»

В структуре программы учебного курса «Вероятность и статистика» 7-8-х классов выделены следующие содержательно-методические линии: «Представление данных и описательная статистика»; «Вероятность»; «Введение в теорию графов».

В 7-х и 8-х классах в программу включена тема «Графы», которая обязательна для ознакомления на уроках (графы являются универсальным инструментом решения задач, графы можно изучать на любых курсах математического цикла).

Кроме того, в рамках курса необходимо осуществить знакомство обучающихся с темой «Множества»: элементы множества, операции над множествами, примеры применения для решения задач. Цель изучения элементов теории множеств в 8-ом классе - формирование у обучающихся представления о множествах как универсальных математических объектах (наборы предметов и объектов, случайные события, числовые множества, множества решений уравнений и неравенств, числовые промежутки, геометрические места точек). Необходимо, чтобы восьмиклассники научились использовать операции над множествами в математических рассуждениях вне зависимости от природы множеств.

Одним из принципов построения курса «Вероятность и статистика» является практическая направленность содержания обучения.

Предлагается *планирование учебного материала* на 1 час в неделю (всего 34 часа в год), включающее содержание курса 7-го и 8-го классов.

Название раздела	Содержание учебного курса (по годам обучения)	Планируемые предметные результаты освоения примерной рабочей программы курса (по годам обучения)	Кол-во часов
Представление данных	<u>7 класс</u> Представление данных в виде таблиц, диаграмм, графиков. Заполнение таблиц, чтение и построение диаграмм (столбиковых (столбчатых) и круговых). Чтение графиков реальных процессов. Извлечение информации из диаграмм и	<u>7 класс</u> Читать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах; представлять данные в виде таблиц, строить диаграммы (столбиковые (столбчатые) и круговые) по массивам значений.	3 часа

	таблиц, использование и интерпретация данных. 8 класс Представление данных в виде таблиц, диаграмм, графиков.	Описывать и интерпретировать реальные числовые данные, представленные в таблицах, на диаграммах, графиках. <u>8 класс</u> Извлекать и преобразовывать информацию, представленную в виде таблиц, диаграмм, графиков; представлять данные в виде таблиц, диаграмм, графиков.	
Описательная статистика. Рассеивание данных	<u>7 класс</u> Описательная статистика: среднее арифметическое, медиана, размах, наибольшее и наименьшее значения набора числовых данных. <u>8 класс</u> Измерение рассеивания данных. Дисперсия и стандартное отклонение числовых наборов. Диаграмма рассеивания.	<u>7класс</u> Использовать для описания данных статистические характеристики: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах. <u>8 класс</u> Описывать данные с помощью статистических показателей: средних значений и мер рассеивания (размах, дисперсия и стандартное отклонение).	4 часа 2 часа
Случайная изменчивость	<u>7 класс</u> Примеры случайной изменчивости.	<u>7 класс</u> Иметь представление о случайной изменчивости на примерах цен, физических величин, антропометрических данных; иметь представление о статистической устойчивости.	2 часа
Множества	<u>8 класс</u> Множество, элемент множества, подмножество. Операции над множествами: объединение, пересечение, дополнение. Свойства операций над множествами: переместительное, сочетательное, распределительное, включения. Использование графического представления множеств для описания реальных процессов и явлений, при решении задач.	<u>8 класс</u> Оперировать понятиями: множество, подмножество; выполнять операции над множествами: объединение, пересечение, дополнение; перечислять элементы множеств; применять свойства множеств. Использовать графическое представление множеств и связей между ними для описания процессов и явлений, в том числе при решении задач из других учебных предметов и курсов.	4 часа
Введение в теорию графов	<u>7 класс</u> Граф, вершина, ребро. Степень вершины. Число рёбер и суммарная степень вершин. Представление о связности графа. Цепи и циклы. Пути в графах. Обход графа (эйлеров		5 часов

	<p>путь). Представление об ориентированном графе. Решение задач с помощью графов.</p> <p><u>8 класс</u></p> <p>Дерево. Свойства деревьев: единственность пути, существование висячей вершины, связь между числом вершин и числом рёбер. Правило умножения. Решение задач с помощью графов.</p>	<p><u>8 класс</u></p> <p>Использовать графические модели: дерево случайного эксперимента, диаграммы Эйлера, числовая прямая.</p>	
Вероятность и частота случайного события	<p><u>7 класс</u></p> <p>Случайный эксперимент (опыт) и случайное событие. Вероятность и частота. Роль маловероятных и практически достоверных событий в природе и в обществе. Монета и игральная кость в теории вероятностей.</p> <p><u>8 класс</u></p> <p>Элементарные события случайного опыта. Случайные события. Вероятности событий. Опыты с равновероятными элементарными событиями. Случайный выбор. Связь между маловероятными и практически достоверными событиями в природе, обществе и науке.</p>	<p><u>8 класс</u></p> <p>Находить частоты числовых значений и частоты событий, в том числе по результатам измерений и наблюдений.</p> <p>Находить вероятности случайных событий в опытах, зная вероятности элементарных событий, в том числе в опытах с равновероятными элементарными событиями.</p>	6 часов
Случайные события	<p><u>8 класс</u></p> <p>Противоположные события. Диаграмма Эйлера. Объединение и пересечение событий. Несовместные события. Формула сложения вероятностей. Условная вероятность. Правило умножения. Независимые события. Представление эксперимента в виде дерева. Решение задач на нахождение вероятностей с помощью дерева случайного эксперимента, диаграмм Эйлера.</p>		6 часов
Обобщение, контроль			2 часа

Поурочное планирование программы учебного курса «Вероятность и статистика»

Поурочное планирование является примерным и может служить основой для разработки планирования учителем математики.

Текущий и итоговый контроль за освоением содержания учебного курса «Вероятность и статистика» должен осуществляться посредством проведения срезовых, проверочных и контрольных работ. Отдельные работы могут проводиться по результатам изучения нескольких тематических блоков и планироваться на 15-20 минут учебного времени урока.

№	Тема урока	Содержание урока
	Представление данных (3 ч)	
1	Таблицы	Представление данных в виде таблиц. Заполнение таблиц. Извлечение информации из таблиц, использование и интерпретация данных.
2	Графики	Представление данных в виде графиков. Чтение графиков реальных процессов, использование и интерпретация данных.
3	Диаграммы	Представление данных в виде диаграмм. Чтение и построение диаграмм (столбиковых (столбчатых) и круговых). Извлечение информации из диаграмм, использование и интерпретация данных.
	Описательная статистика. Рассеивание данных (6 ч)	
4	Среднее арифметическое	Описательная статистика: среднее арифметическое, медиана, размах, наибольшее и наименьшее значения набора числовых данных.
5	Среднее арифметическое	Описательная статистика: среднее арифметическое, медиана, размах, наибольшее и наименьшее значения набора числовых данных.
6	Медиана набора числовых данных	Описательная статистика: среднее арифметическое, медиана, размах, наибольшее и наименьшее значения набора числовых данных.
7	Размах, наибольшее и наименьшее значения набора числовых данных	Описательная статистика: среднее арифметическое, медиана, размах, наибольшее и наименьшее значения набора числовых данных.
8	Дисперсия числового набора	Измерение рассеивания данных. Дисперсия и стандартное отклонение числовых наборов. Диаграмма рассеивания.
9	Стандартное отклонение числового набора	Измерение рассеивания данных. Дисперсия и стандартное отклонение числовых наборов. Диаграмма рассеивания.
	Случайная изменчивость (2 ч)	
10	Случайная изменчивость	Примеры случайной изменчивости.
11	Случайная изменчивость	Примеры случайной изменчивости.

	Множества (4 ч)	
12	Множество	Множество, элемент множества, подмножество.
13	Операции над множествами	Операции над множествами: объединение, пересечение, дополнение. Свойства операций над множествами: переместительное, сочетательное, распределительное, включения.
14	Операции над множествами	Операции над множествами: объединение, пересечение, дополнение. Свойства операций над множествами: переместительное, сочетательное, распределительное, включения.
15	Решение задач с использованием графического представления множеств	Использование графического представления множеств для описания реальных процессов и явлений, при решении задач.
	Введение в теорию графов (5 ч)	
16	Граф, вершина, ребро.	Граф, вершина, ребро. Степень вершины. Число рёбер и суммарная степень вершин.
17	Число рёбер и суммарная степень вершин.	Число рёбер и суммарная степень вершин. Решение задач с помощью графов.
18	Пути в графах.	Представление о связности графа. Цепи и циклы. Пути в графах. Обход графа (эйлеров путь). Представление об ориентированном графе. Решение задач с помощью графов.
19	Дерево. Правило умножения	Дерево. Свойства деревьев: единственность пути, существование висячей вершины, связь между числом вершин и числом рёбер. Правило умножения.
20	Правило умножения. Решение задач	Правило умножения. Решение задач с помощью графов.
	Вероятность и частота случайного события (6 ч)	
21	Случайный опыт (эксперимент) и случайные события	Случайный эксперимент (опыт) и случайное событие. Опыты с равновозможными элементарными событиями. Элементарные события случайного опыта. Случайные события. Случайный выбор.
22	Вероятность и частота	Вероятность и частота. Вероятности событий.
23	Вероятности событий	Вероятность и частота. Вероятности событий.
24	Классические задачи про монеты в теории вероятностей	Монета в теории вероятностей.
25	Классические задачи про игральные кости в теории вероятностей	Игральная кость в теории вероятностей.
26	Роль маловероятных и практически достоверных событий в природе и в обществе	Роль маловероятных и практически достоверных событий в природе и в обществе. Связь между маловероятными и практически достоверными событиями в природе, обществе и науке
	Случайные события (6 ч)	
27	Объединение и пересечение событий.	Противоположные события. Диаграмма Эйлера. Объединение и пересечение событий.

28	Формула сложения вероятностей.	Несовместные события. Формула сложения вероятностей.
29	Независимые события.	Независимые события.
30	Решение задач на нахождение вероятностей	Решение задач на нахождение вероятностей с помощью диаграмм Эйлера.
31	Условная вероятность.	Условная вероятность. Представление эксперимента в виде дерева.
32	Решение задач на нахождение вероятностей	Решение задач на нахождение вероятностей с помощью дерева случайного эксперимента, диаграмм Эйлера.
	Обобщение, контроль (2 ч)	
33	Обобщение, контроль	
34	Обобщение, контроль	

Приложение 3.

Список рекомендованных источников и методических материалов

1. Математика. Вероятность и статистика: 7-9-е классы: базовый уровень: учебник: в 2 частях // И.Р. Высоцкий, И.В. Яценко; под ред. И.В. Яценко – М.: Просвещение, 2023.

2. Математическая вертикаль. Теория вероятностей и статистика 7 - 9. //И.Р. Высоцкий, А.А. Макаров, Ю.Н. Тюрин, И.В. Яценко. - М.: МЦНМО, 2020.

3. Математика. Универсальный многоуровневый сборник задач. 7-9 классы. Учеб. пособие для общеобразоват. организаций. в 3 ч. ч. 3. Статистика. Вероятность. Комбинаторика. Практические задачи /И.Р. Высоцкий, И.В. Яценко. - М.: Просвещение, 2020.

4. Высоцкий И.Р. Дидактические материалы по теории вероятностей. 8-9 классы. - М.: МЦНМО, 2018.

5. Высоцкий И.Р. Кружок по теории вероятностей. 8-9 классы. - М.: МЦНМО, 2017.

6. Сайт Лаборатории теории вероятностей и статистики МЦНМО «Вероятность в школе». - Ресурс доступа: <http://ptlab.mccme.ru/vertical>

7. Сайт «Вероятность и статистика в школьном курсе математики: учебник, методическое пособие для учителя и набор цифровых ресурсов, виртуальные лаборатории для моделирования случайных опытов, событий и величин» //Конкурс НФПК "Разработка Иновационных учебно-методических комплексов (ИУМК) для системы общего образования". - Ресурс доступа: <http://school-collection.edu.ru/catalog/rubr/5ececba0-3192-11dd-bd11-0800200c9a66/107406/>

8. Теория вероятностей и математическая статистика. Методические материалы. - Ресурс доступа: http://matem-109.ru/matem/teor_ver.htm

9. Лукичева Е.Ю., Захарова В.Ф. Программа внеурочной деятельности «Математика для каждого»: для учащихся 8-9 классов. – Ресурс доступа: <https://disk.yandex.ru/i/x2nQgx6B4uveAQ>

Правительство Санкт-Петербурга
Комитет по образованию



Государственное бюджетное учреждение
дополнительного профессионального образования
Санкт-Петербургская академия
постдипломного педагогического образования
ул. Ломоносова, 11-13, Санкт-Петербург, 191002

Информационное письмо

Государственное бюджетное учреждение дополнительного профессионального образования Санкт-Петербургская академия постдипломного педагогического образования (далее – СПб АППО) в связи с реализацией с 1 сентября 2023 года в общеобразовательных организациях нового учебного курса «Вероятность и статистика» и возникшей необходимостью массового повышения квалификации учителей математики в этой области доводит до вашего сведения следующую информацию.

Учителя и преподаватели математики, прошедшие обучение по всем программам повышения квалификации и профессиональной переподготовки, реализуемым кафедрой естественно-научного, математического образования и информатики (ранее кафедрой математического образования и информатики) СПб АППО по направлению «Математика» и получившие документ установленного образца (диплом, удостоверение) в период с ноября 2020 года – по настоящее время, освоили спецкурс «Вероятность и статистика», входящий в содержание всех программ, и получили по нему зачет.

Указанная информация распространяется и в отношении программ повышения квалификации и профессиональной переподготовки 2023 года.

Дополнительные профессиональные программы повышения квалификации и переподготовки размещены на официальном сайте ГБУ ДПО АППО.

Исполняющий обязанности ректора

А.С. Богданцев